Calculatrice autorisée.

Exercice 1 : *Une équation du premier degré*
On considère l'équation :

$$2y - 7 = 6y + 4$$

a. Le nombre -2 est-il une solution de cette équation ?

b. Le nombre -2.75 est-il une solution de cette équation ?

Exercice 2 : *Résolution d'équations*
Résoudre algébriquement les équations suivantes :

a. $2x - 1 = 4x - 3$

b. $-5x + 12 = 9x - 15$

c. $9x - 1 = 2x - 5$

d. $\frac{5}{3}x + 2 = \frac{2}{7}x - 5$

Exercice 3 : *Un problème*
Samia achète 5 kg de cerises et Rudy achète 4.5 kg de ces mêmes cerises. Samia a payé 1.75 euros de plus que Rudy. On cherche à savoir quel est le prix d'un kilogramme de ces cerises.

a. En notant x le prix d'un kilogramme de cerises, montrer que déterminer x revient à résoudre l'équation $5x - 1.75 = 4.5x$.

b. Quel est le prix d'un kilogramme de ces cerises ?

Exercice 4 : *Équations*
Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

a. $7 = \frac{52}{7}$ est une équation.

b. Les équations $15m + \frac{1}{2} = 5 + 6m$ et $\frac{1}{2} + 15p = 6p + 5$ ont la même solution ?

c. L'équation $8x = 0$ a pour solution -8 ?

d. Le nombre 3 est la seule solution de l'équation $x^2 = 9$.

e. Aucun nombre n'est solution de l'équation $x^2 = -4$.

f. L'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ n'admet aucune solution.

Exercice 5 : *Un autre problème (2 points)*
Il y a 28 élèves dans une classe. Le jour où Lucas était absent, il y avait deux fois plus de filles que de garçons.

a. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?

↪ **Suite et fin au verso**

Exercice 6 : *Problème ouvert (en Bonus)*

Une pile de livres fait 15 *cm* de haut.
Elle n'est composée que de livres de 2 *cm* ou de 3 *cm* d'épaisseur.

a. Combien peut-il y avoir de livres ? (Donner toutes les possibilités)

–Fin–

Exercice 1 :

Remarque : On peut répondre de plusieurs façons à ces deux questions. La première étant de résoudre algébriquement l'équation $2y - 7 = 6y + 4$ (ce que je ne fais pas ici mais c'est assez simple à faire). La deuxième étant de vérifier si les nombres -2 et -2.75 vérifient l'équation $2y - 7 = 6y + 4$ (ce qui est proposé ci-dessous).

a. Vérifions si -2 est solution de cette équation. D'une part $2 \times (-2) - 7 = -11$ et d'autre part $6 \times -2 + 4 = -8$. Puisque $-11 \neq -8$, -2 n'est pas solution de l'équation $2y - 7 = 6y + 4$.

b. De la même façon, d'une part $2 \times (-2.75) - 7 = -12.5$ et d'autre part $6 \times -2.75 + 4 = -12.5$. Ainsi -2.75 est solution de l'équation $2y - 7 = 6y + 4$.

Exercice 2 : *Résolution d'équations*

a.
$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 4x - 3 \\ 2x &= 4x - 2 \\ -2x &= -2 \\ x &= \frac{-2}{-2} \\ x &= \boxed{1} \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} -5x + 12 &= 9x - 15 \\ -5x &= 9x - 27 \\ -14x &= -27 \\ x &= \frac{-27}{-14} \\ x &= \boxed{\frac{27}{14}} \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} 9x - 1 &= 2x - 5 \\ 9x &= 2x - 4 \\ 7x &= -4 \\ x &= \boxed{\frac{-4}{7}} \end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned} \frac{5}{3}x + 2 &= \frac{2}{7}x - 5 \\ \frac{5}{3}x &= \frac{2}{7}x - 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{2}{7}x &= -7 \\ \frac{35}{21}x - \frac{6}{21}x &= -7 \\ \frac{29}{21}x &= -7 \\ x &= \frac{-7 \times 21}{29} \\ x &= \boxed{\frac{-147}{29}} \end{aligned}$$

Exercice 3 : *Un problème*

Samia achète 5 kg de cerises et Rudy achète 4.5 kg de ces mêmes cerises. Samia a payé 1.75 euros de plus que Rudy. On cherche à savoir quel est le prix d'un kilogramme de ces cerises.

a. Soit x le prix d'un kilogramme de cerises.

Samia paye $5 \times x$ euros et Rudy paye $4.5 \times x$ euros. Comme Samia a payé 1.75 euros de plus que Rudy il faut enlever 1.75 euros à ce qu'à payé Samia pour que les deux aient dépensé la même somme, ainsi en payant $5 \times x - 1.75$ Samia a payé autant que Rudy. Ainsi, l'équation à résoudre pour déterminer le prix d'un kilogramme de cerise est $5x - 1.75 = 4.5x$.

Remarque : On peut également dire que Rudy ayant payé 1.75 euros de moins que Samia dépense autant que Samia si l'on rajoute 1.75 euros aux $4.5 \times x$ euros qu'il a déjà dépensé ce qui revient à résoudre l'équation $5x = 4.5x + 1.75$ c'est à dire l'équation $5x - 1.75 = 4.5x$.

b. Il s'agit de résoudre l'équation $5x - 1.75 = 4.5x$ où x est le prix d'un kilogramme de cerises :

$$\begin{aligned} 5x - 1.75 &= 4.5x \\ 0.5x &= 1.75 \\ x &= \frac{1.75}{0.5} \\ x &= 3.5 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le prix d'un kilogramme de cerise est de 3.5 euros}}$.

Remarque : On peut facilement vérifier ce résultat. En effet, si 1 kilogramme de cerises coûte 3.5 euros alors Samia paye $5 \times 3.5 = 17.5$ euros et Rudy paye $4.5 \times 3.5 = 15.75$ euros soit 1.75 euros de moins que Samia.

Exercice 4 : *Équations*

a. L'affirmation "$7 = \frac{52}{7}$ est une équation" est $\boxed{\text{fausse}}$ car une équation est une égalité avec une ou plusieurs inconnues. Or dans l'égalité $7 = \frac{52}{7}$ il n'y a aucune inconnue, de plus on peut remarquer que cette égalité est fausse car $7 \neq \frac{52}{7}$.

b. L'affirmation "Les équations $15m + \frac{1}{2} = 5 + 6m$ et $\frac{1}{2} + 15p = 6p + 5$ ont la même solution" est $\boxed{\text{vraie}}$ car il s'agit des mêmes équations, on a simplement remplacé la lettre m par la lettre p ce qui ne change rien à la valeur de la solution.

c. L'affirmation "L'équation $8x = 0$ a pour solution -8" est $\boxed{\text{fausse}}$ car $8 \times (-8) = -64 \neq 0$.

d. L'affirmation "Le nombre 3 est la seule solution de l'équation $x^2 = 9$" est $\boxed{\text{fausse}}$ car $(-3)^2 = 9$. 3 et -3 sont solutions de cette équation donc 3 n'est pas la seule.

e. L'affirmation "Aucun nombre n'est solution de l'équation $x^2 = -4$" est $\boxed{\text{vraie}}$ car chercher une solution à cette équation revient à cherche un nombre dont le carré est strictement négatif (car $-4 < 0$). Or, il n'existe aucun nombre dont le carré soit strictement négatif, donc il n'existe aucune solution à l'équation $x^2 = -4$.

f. L'affirmation "'L'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ n'admet aucune solution" est $\boxed{\text{vraie}}$ car chercher à résoudre l'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ nous fait obtenir l'égalité $3 = 15$ qui est fausse, donc aucun nombre n'est solution de l'équation $5x + 3 = 15 + 5x$.

Exercice 5 : *Un autre problème*

a. Soit x le nombre de filles dans la classe.
Il y a alors $28 - x$ garçons.
Le jour où Lucas est absent il y a $28 - x - 1 = 27 - x$ garçons.
Le jour où Lucas est abstent le nombre de fille (c'est à dire x) est le double du nombre de garçons (c'est à dire $27 - x$), d'où l'équation à résoudre :

$$x = 2 \times (27 - x)$$

Résolution de l'équation $x = 2 \times (27 - x)$:

$$\begin{aligned} x &= 2 \times (27 - x) \\ x &= 54 - 2x \\ 3x &= 54 \\ x &= \tfrac{54}{3} \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Bilan : Nous avons montré que le nombre de filles dans la classe était de 18.

Exercice 6 : *Problème ouvert*

a. Soit x le nombre de livres de hauteur 2 centimètres et y le nombre de livres de hauteur 3 centimètres. Commençons par remarquer que x et y sont des nombres entiers et que $0 \leq y \leq 5$ car si $y \geq 6$ alors la pile sera plus grande que 15 cm. Ainsi, répondre à la question revient à chercher toutes les solutions de l'équation $2x + 3y = 15$ avec $0 \leq y \leq 5$.
Distinguons alors tous les cas :
- Si $y = 0$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x = 15$ d'où $x = 7.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 1$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 3 = 15$ d'où $x = 6$.
- Si $y = 2$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 6 = 15$ d'où $x = 4.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 3$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 9 = 15$ d'où $x = 3$.
- Si $y = 4$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 12 = 15$ d'où $x = 1.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 5$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 15 = 15$ d'où $x = 0$.

Bilan : On peut avoir :
- soit 1 livre de 3 centimètres et 6 livres de 2 centimètres.
- soit 3 livres de 3 centimètres et 3 livres de 2 centimètres.
- soit 5 livres de 3 centimètres et 0 livre de 2 centimètres.

–Fin–