

◆ **Exercice 1** : Résoudre un problème,

Un touriste achète un certain nombre de cartes postales à 0.60 euros pièce et exactement le même nombre de timbres à 0.53 euros pièce. Il a payé en tout 15.82 euros.

- a. Combien a-t-il acheté de cartes postales ?

◆ **Exercice 2** : Résolution algébrique d'une équation,

Résoudre les équations suivantes (on pensera à vérifier les solutions trouvées).

- a. $2x - 23 = 9x - 2$
 b. $4a + 13 = 22 + 7a$
 c. $-3z - 1 = 2(z + 7)$
 d. $5.4 - 3.2u = 1 - 1.2u$
 e. $\frac{1}{5}m + 6 = \frac{4}{3} - 2m$
 f. $\frac{2}{3} + t = \frac{1}{7}t + 1$
 g. $2x - 5 = x - (3x + 4)$

◆ **Exercice 3** : Étude d'une équation,

- a. L'équation $x^2 = 2x$ est-elle du premier degré ?
 b. Trouver mentalement deux solutions de cette équation.

◆ **Exercice 4** : Résolution d'un problème,

Un père a 42 ans et son fils a 8 ans.

- a. Dans 3 ans, l'âge du père sera-t-il le double de l'âge du fils ?
 b. En résolvant une équation, trouver dans combien d'années l'âge du père sera le double de l'âge du fils. Quel sera alors l'âge du père ? Du fils ?

◆ **Exercice 5** : Résolution d'un problème,

Émilie dispose de 12 boîtes de dragées. Elles contiennent toutes le même nombre de dragées.

Émilie dit : "J'ai rempli 10 boîtes. Il me reste 15 dragées. Mais si j'avais voulu remplir toutes les boîtes, il m'en aurait manqué 35".

- a. Combien chaque boîte contient-elle de dragées ?

◆ **Exercice 6** : Résolution d'un problème,

Un groupe d'amis veut louer un gîte pour les vacances. Chacun doit donner 70 euros. Au dernier moment, deux amis se désistent et chacun devra alors donner 90 euros.

- a. Combien de personnes sont finalement parties en vacances dans ce gîte ?

◆ **Exercice 7** : Vrai ou faux,

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

- a. Les équations $7y + 3 = 3y + 5$ et $3 + 7k = 5 + 3k$ ont la même solution ?
 b. L'équation $4x = 0$ a pour solution -4 ?
 c. Le nombre 2 est la seule solution de l'équation $x^2 = 4$?
 d. Aucun nombre n'est solution de l'équation $x^2 = -16$?

◆ **Exercice 8** : *Résolution d'un problème,*

Aujourd'hui, Hedi a 11 ans et Pierre 32 ans. Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui d'Hedi ?

◆ **Exercice 9** : *Résolution d'un problème,*

Les économies d'Olivia sont égales aux deux tiers de celles de Sofia. En réunissant leurs économies, il leur manque encore 17 euros pour s'offrir un ordinateur portable à 292 euros.

- a. Trouver le montant d'économies de chacune d'elles.

◆ **Exercice 10** : *Résolution d'un problème,*

Lors des trois premiers contrôles de mathématiques Margot a eu 11.5/20 ; 13.5/20 et 9.5/20.

- a. Quelle note doit-elle obtenir au dernier contrôle pour avoir une moyenne égale à 12/20 ?

Important : Avant de commencer les exercices ci-dessous, il s'agit de bien comprendre la chose suivante : Je propose plusieurs problèmes dans les exercices qui suivent. Pour chacun de ces problèmes, il est possible de les résoudre sans passer par les équations. Mais il conviendra de vous efforcer à les faire en passant par des équations qu'il faudra résoudre. En effet, ce chapitre est plus une "initiation/introduction" aux équations et le niveau de mathématiques, en 4^{ème}, est encore assez faible. Ainsi, avant de pouvoir proposer des problèmes pour lesquelles on ne faire autrement qu'en passant par la pose et la résolution d'équations, il convient de commencer par des problèmes plus abordables. De ce fait, vous pouvez trouver les réponses aux exercices 1;4;5;6;8;9;10 sans poser une seule équation. C'est une bonne chose, mais, efforcez-vous de les faire en passant par des équations, ce qui dans un premier temps vous paraîtra plus compliqué, mais qui sera un très bon investissement pour les années à venir. Si vous bloquez totalement sur un problème, passez au suivant, il vous faudra peut être un certain temps avant d'assimiler à peu près correctement certaines notions.

◆ **Exercice 1** : Résoudre un problème,

Notons x le nombre de cartes postales que le touriste a acheté. Il a également acheté x timbres. D'où l'équation suivante :

$$0.60x + 0.53x = 15.82$$

Il s'agit de la résoudre, ce qui donne :

$$0.60x + 0.53x = 15.82$$

$$1.13x = 15.82$$

$$x = \frac{15.82}{1.13}$$

$$x = 14$$

Le touriste a acheté 14 cartes postales et 14 timbres.

◆ **Exercice 2** : Résolution algébrique d'une équation,

a.

$$2x - 23 = 9x - 2$$

$$-23 = 7x - 2$$

$$-21 = 7x$$

$$x = \frac{-21}{7}$$

$$x = -3$$

La solution de cette équation est -3 (On pourra penser à vérifier le résultat)

b.

$$4a + 13 = 22 + 7a$$

$$13 = 22 + 3a$$

$$-9 = 3a$$

$$a = \frac{-9}{3}$$

$$a = -3$$

La solution de cette équation est -3 (On pourra penser à vérifier le résultat)

c.

$$-3z - 1 = 2(z + 7)$$

$$-3z - 1 = 2z + 14$$

$$-5z - 1 = 14$$

$$-5z = 15$$

$$z = \frac{15}{-5}$$

$$z = -3$$

La solution de cette équation est 3 (On pourra penser à vérifier le résultat)

d.

$$5.4 - 3.2u = 1 - 1.2u$$

$$4.4 - 3.2u = -1.2u$$

$$4.4 = 2u$$

$$u = \frac{4.4}{2}$$

$$u = 2.2$$

La solution de cette équation est 2.2 (On pourra penser à vérifier le résultat)

e.

$$\frac{1}{3}m + 6 = \frac{4}{3} - 2m$$

$$\frac{1}{3}m + 2m = \frac{4}{3} - 6$$

$$\frac{1}{3}m + \frac{6}{3}m = \frac{4}{3} - \frac{18}{3}$$

$$\frac{7}{3}m = -\frac{14}{3}$$

$$m = -\frac{14}{3} \times \frac{3}{7}$$

$$m = -2$$

La solution de cette équation est -2 (On pourra penser à vérifier le résultat)

f.

$$\frac{2}{3} + t = \frac{1}{7}t + 1$$

$$\frac{2}{3} - 1 + t = \frac{1}{7}t$$

$$\frac{2}{3} - 1 = \frac{1}{7}t - t$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{3} = \frac{1}{7}t - \frac{7t}{7}$$

$$-\frac{1}{3} = -\frac{6}{7}t$$

$$t = \frac{1}{3} \times \frac{7}{6}$$

$$t = \frac{7}{18}$$

La solution de cette équation est $\frac{7}{18}$ (On pourra penser à vérifier le résultat)

g.

$$2x - 5 = x - (3x + 4)$$

$$2x - 5 = x - 3x - 4$$

$$2x - 5 = -2x - 4$$

$$4x - 5 = -4$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

La solution de cette équation est $\frac{1}{4}$ (On pourra penser à vérifier le résultat)

◆ **Exercice 3** : Étude d'une équation,

a. Non cette équation n'est pas une équation du premier degré à cause du x^2 . Il s'agit d'une équation du second degré (qui seront étudiées en 3^{ème} et au lycée).

b. En français, il s'agit de trouver un nombre dont le carré est égal à son double : il s'agit du nombre 2. Puis on pense à son opposé : -2. En vérifiant : $(-2)^2 = 4$ et $2 \times (-2) = -4$... Or $4 \neq -4$ donc -2 n'est pas solution. On pense alors à essayer des nombres entiers simples et on remarque que 0 convient car $0^2 = 0$ et $2 \times 0 = 0$.

Les deux solutions de cette équation sont : 0 et 2.

◆ **Exercice 4** : Résolution d'un problème,

a. Dans 3 ans, le père aura 45 ans et le fils aura 11 ans. Non, dans 3 ans le père n'aura pas le double de l'âge du fils.

b. Notons x le nombre d'années nécessaires pour que l'âge du père soit le double de l'âge du fils.

Il vient alors que dans x ans, le père aura $42 + x$ ans et le père aura $8 + x$ ans. Il s'agit alors de résoudre l'équation : $42 + x = 2(8 + x)$.

Passons à la résolution de cette équation :

$$42 + x = 2(8 + x)$$

◆ **Exercice 5** : Résolution d'un problème,

Notons x le nombre de dragées qu'il y a dans une boîte.

Il vient que d'une part émilie possède $10x + 15$ dragées. Mais d'autre part, elle possède également $15x - 35$ dragées. Comme il s'agit du même nombre de dragées, on peut écrire l'égalité suivante : $10x + 15 = 15x - 35$.

Il s'agit alors de résoudre cette équation :

$$10x + 15 = 15x - 35$$

$$10x + 50 = 15x$$

$$50 = 5x$$

$$x = \frac{50}{5}$$

$$x = 10$$

Au final, dans une boîte, il y a 10 dragées.

◆ **Exercice 6** : Résolution d'un problème,

a. Notons x le nombre de personnes qui partent finalement en vacances.

Au départ, il y avait $x + 2$ personnes. Le prix à payer pour le gîte était de $70(x + 2)$ euros.

Ensuite il reste x personnes Le prix à payer pour le gîte est alors de $90x$ euros.

Etant donné que le prix du gîte ne change pas, nous avons l'égalité suivante : $70(x + 2) = 90x$.

Il s'agit alors de résoudre cette équation :

$$70(x + 2) = 90x$$

$$70x + 140 = 90x$$

$$140 = 20x$$

$$x = \frac{140}{20}$$

$$x = 7$$

Ainsi, 7 personnes partent en vacances (au départ, ils étaient 9 amis).

◆ **Exercice 7** : Vrai ou faux,

a. Cette affirmation est vraie. En effet, il suffit de remplacer la lettre "y", de la première équation, par la lettre "k", pour obtenir la seconde équation.

b. Cette affirmation est fautive car l'égalité n'est pas vraie lorsque $x = -4$. En effet, $4 \times (-4) = -16 \neq 0$

c. Cette affirmation est fautive. On remarque (vous ne pouvez pas le prouver en 4eme...mais il est simple de remarquer ce que je propose) que -2 convient également car $(-2)^2 = 4$

d. Cette affirmation est vraie. En effet, 3 cas s'imposent :

- x ne peut pas être strictement négatif car "négatif" \times "négatif" = "positif"
- x ne peut pas être strictement positif car "positif" \times "positif" = "positif"
- $x \neq 0$ car $0 \times 0 = 0 \neq -16$.

Ainsi, il n'existe pas de nombre pouvant vérifier cette équation. On dira, pour le moment, que cette équation n'admet pas de solution.

◆ **Exercice 8** : Résolution d'un problème,

Notons x le nombre d'années qu'il faut pour le l'âge de Pierre soit le double de l'âge d'Hedi.

Dans x ans, Pierre aura $32 + x$ ans et Hedi aura $11 + x$ ans.

D'où l'équation suivante $32 + x = 2(11 + x)$. La résolution :

$$32 + x = 2(11 + x)$$

$$32 + x = 22 + 2x$$

$$32 = 22 + x$$

$$x = 10$$

Ainsi, il faudra 10 années pour que l'âge de Pierre soit le double de l'âge d'Hedi. Pierre aura 42 ans et Hedi aura 21 ans.

◆ **Exercice 9** : Résolution d'un problème,

a. Notons x le montant des économies de Sofia. Celles d'Olivia sont alors de $\frac{2}{3}x$ euros.

En réunissant x euros et $\frac{2}{3}x$ euros elles ont $292 - 17 = 275$ euros (d'après la lecture de l'exercice). D'où l'équation : $x + \frac{2}{3}x = 275$

Passons à la résolution de cette équation :

$$x + \frac{2}{3}x = 275$$

$$\frac{5}{3}x = 275$$

$$x = \frac{3}{5} \times 275$$

$$x = 165$$

De plus, $\frac{2}{3} \times 165 = 110$.

Ainsi, Sofia possède 165 euros et Olivia possède 110 euros.

◆ **Exercice 10** : Résolution d'un problème,

a. Notons x la note qu'il faut obtenir pour avoir une moyenne de $12/20$. D'après le cours sur les moyennes, l'équation est la suivante : $\frac{x+11.5+13.5+9.5}{4} = 12$.

Passons à la résolution :

$$\frac{x + 11.5 + 13.5 + 9.5}{4} = 12$$

$$x + 11.5 + 13.5 + 9.5 = 12 \times 4$$

$$x + 11.5 + 13.5 + 9.5 = 48$$

$$x + 34.5 = 48$$

$$x = 48 - 34.5$$

$$x = 13.5$$

Vérifions : $\frac{13.5+11.5+13.5+9.5}{4} = 12$. Il faut donc une note de $13.5/20$ au prochain contrôle pour que Margot puisse avoir une moyenne de $12/20$.